

## Zastosowania logiki rozmytej w klasyfikacji nadzorowanej

### *Applications of fuzzy logic in supervised classification*

**F**uzzy Set theory has recently received considerable attention from the remote sensing community. Recognising that traditional classifiers based on rigid, discrete classes contribute to noticeable thematic inaccuracy, the notion that a pixel can enjoy partial membership in a given informational class is an attractive alternative to the two-value logic implicit in most classification procedures. In this paper, theoretical background for three common fuzzy techniques is given. "Soft classifiers" presented in this paper employ fuzzy measures based on the following theories:

- 1) Fuzzy Set theory,
- 2) Bayesian probability theory,
- 3) Dempster-Shafer theory of evidence.

Unlike hard classifiers, soft classifiers defer making a definitive judgement about the class membership of any pixel in favour of producing a group of statements about the degree of membership of that pixel in each of the possible classes. Like

traditional supervised classification procedures, each uses training site information for the purpose of classifying each image pixel. However, unlike traditional hard classifiers, the output is not a single classified land cover map, but rather, a set of images (one per class) that expresses the membership of each pixel to a given class. Decision rules, determining final membership of a pixel to a given class are based on fuzzy measures: uncertainty of classification (Bayes theory) and belief, plausibility and belief interval (Dempster-Shafer theory). The shortcomings of traditional (hard) classifiers versus advantages of soft classifiers is shown on a dozen or so examples of membership values calculated using maximum likelihood and fuzzy classifications methods.

Although decision rules employed in fuzzy image processing may be highly subjective, fuzzy techniques are powerful tools for knowledge representation and processing, as they can manage the vagueness and ambiguity of researched objects efficiently.

### **Wstęp**

Analizy szacowania dokładności klasyfikacji prowadzone w licznych opracowaniach wykazały, że tradycyjne metody klasyfikacji obrazu, oparte na kategoriowych, dyskretnych klasach, prowadzą do opracowań map tematycznych o niskiej dokładności. Podjęto więc intensywne badania z zakresu zastosowania miar rozmytych (ang. *fuzzy measures*).

W niniejszym artykule zaprezentowane zostaną teoretyczne podstawy oraz zalety metod tzw. klasyfikacji miękkiej (ang. *soft classifiers*), opartej na teorii prawdopodobieństwa całkowitego Bayesa, teorii Dempstera-Shafera oraz teorii zbiorów rozmytych (ang. *fuzzy sets*).

### **Przegląd standardowych metod klasyfikacji nadzorowanej**

Do podstawowych metod klasyfikacji nadzorowanej należą 3 metody: równoległoboków, najmniejszej odległości oraz największego prawdopodobieństwa. Metody

te polegają na porównaniu wartości odbicia promieniowania w różnych zakresach każdego piksela z określonym uprzednio wzorcem (próbka treningowa). Próba ta obejmuje niewielką liczbę reprezentatywnych pikseli, wybranych z obszaru, o którym mamy pewność, że należy do danej klasy (np. użytkowania ziemi, typu roślinności). Próby treningowe powinny być jednorodne, a od ich wyboru zależy ostateczny wynik klasyfikacji.

Metoda równoległoboków jest najprostszą z metod klasyfikacji nadzorowanej, gdyż porównuje wartości pikseli jedynie z minimami i maksimami odbicia obliczonymi na podstawie próbki treningowej. Metoda ta jest dosyć zgrubna i służy w zasadzie do celów szkoleniowych oraz rekonesansu i klasyfikacji próbnej, chociaż w tym przypadku dużo szybsza i dokładniejsza jest klasyfikacja nienadzorowana prowadzona metodą ISODATA.

Podstawą drugiej i trzeciej metody klasyfikacji nadzorowanej jest teoria prawdopodobieństwa. Metoda najmniejszej odległości jest oparta na analizie odległości spektralnej wartości piksela od średniej wartości próby

treningowej. Piksele, których odległość spektralna wynosi 0 będą należeć do danej klasy. Przynależność pikseli do danej klasy przyjmuje wartość równą zero w nieskończoności. Można jednak z góry przyjąć przynależność równą 0 dla zadanej odległości standaryzowanej, np. dla dwóch odchyżeń od średniej wartości próby. W tym przypadku piksel, który leży poza zasięgiem 2 odchyżeń standardowych wszystkich próbek treningowych, nie zostanie zaklasyfikowany do żadnej z klas.

Metoda największego prawdopodobieństwa oparta jest na analizie rozkładu prawdopodobieństwa przynależności piksela do danej klasy. Istotnym elementem jest tu uwzględnienie parametrów rozproszenia zmiennych losowych: wariancji i kowariancji próbek treningowych. Oznacza to, że dla klas, które ze swojej natury charakteryzują się dużym rozproszeniem odbicia spektralnego w stosunku do wartości średniej, dopuszczalne będą dalsze odległości spektralne, niż dla klas jednorodnych. W klasyfikacji pokrycia terenu przykładem klasy stosunkowo heterogenicznej mogą być użytki zielone (zróżnicowane np. ze względu na wilgotność podłoża), a klasy stosunkowo jednorodnej — wody.

### Problemy tradycyjnej klasyfikacji nadzorowanej

Metoda największego prawdopodobieństwa uznawana jest obecnie za najlepszą z metod klasyfikacji obrazów i jest powszechnie stosowana w wielu aplikacjach. Ma ona jednak dwie podstawowe wady. Po pierwsze, zakłada, że rozkład wartości odbicia w danej klasie jest normalny. Typowym przykładem pokrycia terenu, którego rozkład wartości nie jest normalny są tereny miejskie. Obejmują one zarówno domy, drogi, jak również tereny zielone: ogródki, trawniki, skwery, itd. W tym przypadku rozkład ten może mieć kilka maksimów, które będą zbliżone do rozkładów sygnatur „czystych”, tzn. dużych powierzchni zabudowanych, porośniętych roślinnością itd. Przy rozpoznawaniu obiektów tego rodzaju powinno się w klasyfikacji uwzględniać dodatkowo strukturę i teksturę badanych obiektów. Służą do tego zaawansowane metody filtrowania obrazu (tzw. analiza częstotliwości obrazu).

Drugim mankamentem metod opartych na prawdopodobieństwie jest fakt, że są one definitywne i jednoznaczne, tzn. przypisują piksele do tej klasy, do której wykazują największe prawdopodobieństwo przynależności. Problem ten będzie szczegółowo omówiony w dalszej części artykułu.

Kolejne problemy wynikają z parametrów obecnie dostępnych obrazów satelitarnych. Jednorodność i reprezentatywność klasy zależy przede wszystkim od wielkości piksela. Piksel obrazu NOAA/AVHRR będzie się charakteryzował dużo większą heterogenicznością niż np. piksel zobrazowany przez Landsata. Wprawdzie analiza tych obrazów służy innym celom, dostrzega się jednak wyraźne zapotrzebowanie na materiały teledetekcyjne o wysokiej rozdzielczości geometrycznej, które pozwoliłyby na szczegółowe kartowanie terenowe. Wpro-

wadzenie na orbity kilku sensorów o wysokiej rozdzielczości geometrycznej planowane jest w najbliższych latach, podjęto również badania z zakresu przetwarzania i kalibracji danych z hiperspektralnych spektrometrów obrazujących, umieszczanych na platformach lotniczych (AVIRIS, DAIS). Od kilku lat są już natomiast prowadzone intensywne badania z zakresu analizy subpikselowej, mające na celu rozpoznanie zróżnicowania pokrycia terenu w obrębie jednego piksela. Pozytywne wyniki uzyskano stosując tzw. *spectral unmixing*. Metody te wymagają kalibracyjnych pomiarów spektrometrycznych wykonanych w terenie i polegają na rozwiązaniu układu równań o wielu niewiadomych, oparając się na wielkości odbicia „czystych” typów pokrycia, pomierzona w terenie (Roberts et al., 1998). Metoda ta daje dobre rezultaty, jednak ze względu na czasowo- i pracochłonność podejmowane są próby modelowania odpowiedzi spektralnych z jednorodnych typów pokrycia terenu i ograniczeniu badań terenowych do minimum. Dają one jednak mniejszą dokładność, a prace w tym zakresie wymagają dalszych badań. Innym rozwiązaniem tego problemu jest zastosowanie metod opartych na zastosowaniu logiki rozmytej.

Ostatecznie, klasyfikacja tradycyjna nie uwzględnia charakteru samych obiektów, które niejednokrotnie są obiektami niejednorodnymi. Najprostszym przykładem jest tu klasa lasów mieszanych, do której mogą należeć zarówno lasy o równym udziale gatunków iglastych i liściastych, jak również lasy liściaste z udziałem gatunków iglastych, czy też lasy iglaste z niewielką domieszką gatunków liściastych. Innym przykładem jest problem granic, które, w szczególności dla obiektów naturalnych, często mają charakter przejściowy, zonalny. Przykładowo, kartowanie roślinności jest w znacznej mierze możliwe jedynie dzięki przyjęciu tezy o względnej nieciągłości przestrzennej roślinności (Faliński, 1990). Jest to jednak dość dalekie uproszczenie mające swoje podłoże głównie w technicznym ograniczeniu możliwości kartowania stref przejściowych. Pewnym rozwiązaniem tego problemu jest kartowanie metodami cyfrowymi, w systemie rastrowym, w odróżnieniu od systemu wektorowego. Rzeczywistym rozwiązaniem wydaje się natomiast być zastosowanie logiki rozmytej w zautomatyzowanym rozpoznawaniu zbiorowisk roślinnych.

### Wprowadzenie do teorii zbiorów rozmytych

Zbiory rozmyte są rozszerzeniem pojęcia zbiorów w ujęciu klasycznym. Teoria zbiorów rozmytych zakłada, że istnieją zbiory, w których przynależność elementu do zbioru nie jest ostro zarysowana. Według twórcy tej teorii, L.A. Zadeha (1965), zbiór rozmyty określony w przestrzeni  $X$ , zawierającej wszystkie interesujące nas obiekty, jest funkcją określoną na przestrzeni  $X$  o wartościach zawartych w przedziale  $[0, 1]$ , w przeciwieństwie do zbioru zwykłego, którego wartości należą do dwuelementowego zbioru  $\{0, 1\}$ .

Oznacza to, że dany element może należeć całkowicie do danego zbioru (przynależność równa 1), może nie

należć do zbioru (przynależność równa 0), ale istnieje również możliwość trzecia, tzn., że dany element należy do danego zbioru częściowo (przynależność pomiędzy 0 a 1). Szczególne zastosowanie znajduje teoria zbiorów rozmytych w dyscyplinach przyrodniczych. Klasycznym przykładem zbioru rozmytego jest mapa spadków. Założmy, że za stoki strome w Tatrach przyjmiemy stoki o nachyleniu większym od  $20^\circ$ . Czy oznacza to, że stoki o nachyleniu  $19,99^\circ$  nie są stokami stromymi?

Rozwiązaniem tego problemu jest określenie funkcji przynależności, która każdemu elementowi zbioru przyporządkowuje przynależność równą 0, zawartą w przedziale (0, 1), lub przynależność równą 1. Istnieje szereg funkcji charakterystycznych zbiorów rozmytych; ze względu na szerokie rozpowszechnienie i praktyczne zastosowanie teorii zbiorów rozmytych w wielu dziedzinach, do ich szczegółowego, matematycznego omówienia autorka odsyła czytelników do specjalistycznych opracowań. W niniejszym artykule zaprezentowane zostaną jedynie ogólne zasady i możliwości zastosowania tych teorii w metodach klasyfikacji nadzorowanej.

### Metody klasyfikacji niejednoznacznej

Idea częściowej przynależności piksela do danej klasy jest atrakcyjną alternatywą dla tzw. „klasyfikacji twardej”, toteż cieszy się dużą popularnością w badaniach teledetekcyjnych (Manyara, Lein, 1994). Podobnie jak w klasyfikacji nadzorowanej, metody klasyfikacji niejednoznacznej oparte są na parametrach statystycznych charakteryzujących rozkład zmiennych losowych, w tym wypadku reprezentowanych przez poligony treningowe. W przeciwieństwie jednak do klasyfikacji nadzorowanej, w wyniku nie powstaje jedna mapa, np. mapa pokrycia terenu, lecz szereg map (dokładnie tyle, ile wyznaczonych zostało pól treningowych, czyli klas), obrazujących stopień przynależności piksela, do każdej z klas. Na podstawie tych warstw można opracować ostateczną mapę przynależności do wszystkich klas (np. mapę pokrycia terenu), przy czym oprócz klas „czystych” (jednorodnych), możliwe jest wyznaczenie klas mieszanych. Zastosowanie logiki rozmytej w klasyfikacji nadzorowanej polega na analizie rozkładu funkcji przynależności piksela do danej klasy i wymaga określenia progów parametrów opisujących tę przynależność, poniżej których dany piksel należy do klasy mieszanej.

W niniejszym artykule omówione zostaną podstawowe metody klasyfikacji „miękkiej”, oparte na trzech teoriach z zakresu logiki rozmytej:

- 1) teorii zbiorów rozmytych,
- 2) teorii prawdopodobieństwa całkowitego Bayesa,
- 3) teorii „dowodów” Dempstera–Shafera.

### Teoria zbiorów rozmytych w metodzie najmniejszej odległości

Najprostsze zastosowanie teorii zbiorów rozmytych w klasyfikacji polega na określeniu parametrów charakteryzujących funkcję przynależności w klasyfikacji nad-

zorowanej metodą najmniejszej odległości. Zakłada się wówczas, że wartość średnia sygnatury danej klasy reprezentuje przynależność do klasy równą jeden. Wraz ze wzrostem odległości od wartości średniej, przynależność piksela do danej klasy maleje. Należy określić taką wartość progową, dla której przynależność będzie równa zero. Istotny jest fakt, że można przyjąć jednakową wartość progową dla wszystkich klas, możliwe jest jednak zróżnicowanie tej wartości w zależności od charakteru klasy. Dla klas jednorodnych, charakteryzujących się niewielkim odchyleniem standardowym przyjmuje się zazwyczaj wartość progową zbliżoną do wartości średniej sygnatury, dla klas zróżnicowanych — odległość między wartością progową a wartością średnią można zwiększyć.

Wynikiem takiej operacji jest szereg warstw obrazujących przynależność pikseli do danej klasy. Piksele o przynależności równej lub zbliżonej do jedności reprezentują klasy „czyste”, piksele o przynależności mniejszej to piksele mieszane. Określenie wartości progowej, przy której przynależność ta będzie równa zero jest jednak dość subiektywne. Kolejne metody omówione w tym artykule operują wskaźnikami rozmytości, które ułatwiają podjęcie decyzji dotyczącej ustalenia wartości progowej.

### Teoria prawdopodobieństwa całkowitego (Bayesa)

Teoria prawdopodobieństwa całkowitego (Bayesa) jest podstawą klasyfikacji przeprowadzanej metodą największego prawdopodobieństwa. Przynależność piksela do danej klasy jest równa:

$$p(h|e) = \frac{p(e|h)p(h)}{\sum_i p(e|h)p(h)}$$

gdzie:  $p(h|e)$  — prawdopodobieństwo *a posteriori* zdarzenia,  $p(e|h)$  — prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia,  $p(h)$  — prawdopodobieństwo *a priori* zdarzenia,  $i$  — liczba klas.

W praktyce prawdopodobieństwo *a priori* zdarzenia jest rzadko uwzględniane. Wynika to z faktu, że ma ono dość silną moc — podaje się je jedynie w przypadku wysokiej pewności i znajomości badanego obszaru. Przykładowo, gdy ze źródeł niezależnych (np. dane statystyczne) wiemy, że na badanym obszarze pola uprawne zajmują 60% powierzchni,  $p(h)$  można ustalić na 0,6. W przypadku, gdy takich informacji nie posiadamy, prawdopodobieństwa zajścia wszystkich zdarzeń są równe.

W analizie opartej na logice rozmytej dodatkowo liczony jest wskaźnik rozmytości, wyrażający stopień niepewności klasyfikacji  $N$  (ang. *classification uncertainty*), wyrażający się następującym wzorem:

$$N = 1 - \frac{\max - \frac{\text{suma}}{n}}{1 - \frac{1}{n}}$$

gdzie:  $\max$  — największa wartość przynależności dla

danego piksela, suma — suma wszystkich przynależności danego piksela,  $n$  — liczba klas (sygnatur).

Parametr ten wyraża stopień, w jakim żadna z klas nie osiąga znacznej przewagi, jeśli chodzi o przynależność danego piksela do klasy. Miara ta jest zbliżona do miary entropii i wyraża rozproszenie przynależności danego piksela pomiędzy kilka klas: im większe rozproszenie, tym większa niepewność, do której z klas należy zaklasyfikować piksel.

W tabeli 1 przedstawiono przykłady kilkanastu przypadków, w których przyjęto, że dany piksel może należeć do jednej z trzech klas: A, B lub C. Rozważmy przykład nr 10. Mimo, że piksel ma niemalże równe prawdopodobo-

### Teoria Dempstera-Shafera

Klasyfikator Bayesa wykorzystujący opisaną powyżej miarę rozmytości jest klasyfikatorem dość pewnym. Zakłada on, że dany piksel może należeć tylko do jednej z klas, która została zdefiniowana poprzez wyznaczenie próbki treningowej. W tym wypadku, brak dowodu na istnienie hipotez alternatywnych stanowi poparcie nawet dla słabej hipotezy, która istnieje.

Rozważmy przypadek nr 17: małe prawdopodobieństwo przynależności do klasy A (0,01) wskazuje na to, że dany piksel nie jest podobny do żadnej z klas, zdefiniowanej poprzez próbki treningowe. Jednak nawet tak małe prawdopodobieństwo przynależności do klasy,

Tabela 1.

Przykładowe wartości przynależności do klasy w trzech metodach klasyfikacji  
Exemplary membership values for three classes calculated for the three methods of classification

Nr	Teoria Bayesa					Teoria Dempstera-Shafera				Metoda największego prawdopodobieństwa
	Prawdopodobieństwo przynależności do klasy				Niepewność	Wiarygodność			Niepewność	Przynależność do klasy
	A	B	C	Suma		A	B	C		
1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	A
2	0,9	0,1	0	1	0,15	0,9	0,1	0	0	A
3	0,9	0,05	0,05	1	0,15	0,9	0,05	0,05	0	A
4	0,8	0	0	0,8	0,2	1	0,2	0,2	0,2	A
5	0,8	0,2	0	1	0,3	0,8	0,2	0	0	A
6	0,8	0,1	0,1	1	0,3	0,8	0,1	0,1	0	A
7	0,6	0,4	0	1	0,6	0,6	0,4	0	0	A
8	0,6	0,3	0,1	1	0,6	0,6	0,3	0,1	0	A
9	0,6	0,3	0	0,9	0,55	0,7	0,4	0,1	0,1	A
10	<b>0,51</b>	<b>0,49</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0,74</b>	<b>0,51</b>	<b>0,49</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>A</b>
11	0,5	0,5	0	1	0,75	0,5	0,5	0	0	?
12	0,5	0	0	0,5	0,5	1	0,5	0,5	0,5	A
13	0,33	0,33	0,33	0,9999	1	0,33	0,33	0,33	0	?
14	0	0,30	0	0,3	0,7	0,70	1,00	0,70	0,7	A
15	0,1	0,1	0,1	0,3	1	0,8	0,8	0,8	0,7	?
16	0,1	0	0	0,1	0,9	1	0,9	0,9	0,9	A
17	<b>0,01</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0,01</b>	<b>0,99</b>	<b>1</b>	<b>0,99</b>	<b>0,99</b>	<b>0,99</b>	<b>A</b>
18	0	0	0	0	1	1	1	1	1	?

Znakiem zapytania oznaczono przypadki, w których metoda nie pozwala na rozstrzygnięcie przynależności piksela. W tym wypadku stosuje się inne metody decyzyjne, np. najmniejszej odległości.

bieństwo przynależności do klas A i B (odpowiednio: 0,51 i 0,49), w przypadku zastosowania klasyfikacji tradycyjnej, zostanie automatycznie zakwalifikowany do klasy A. Wskaźnik niepewności dla tego przykładu jest bardzo wysoki i wynosi 0,74. Analiza tego wskaźnika pozwala więc na rozpoznanie tych pikseli, które reprezentują więcej niż jedną klasę. W dalszej analizie można zastosować proste modelowanie warunkowe (określenie wartości progowych dla: przynależności do danej klasy i/lub wskaźnika niepewności), które pozwoli na wyróżnienie klas czystych i mieszanych. Przykładowo, możemy założyć, że wszystkie piksele, o wartości wskaźnika niepewności powyżej 0,6 to piksele mieszane, które należą do wszystkich klas, do których wykazują przynależność (dodatkowo można tu założyć progową wartość prawdopodobieństwa).

w klasyfikacji największego prawdopodobieństwa spowoduje automatyczne przypisanie piksela do klasy A! Również analiza wskaźnika niepewności i prawdopodobieństw przynależności nie pozwoli na rozwiązanie tego problemu: wskaźnik niepewności jest wprawdzie wysoki, ale ponieważ przynależność do pozostałych dwóch klas wynosi zero, nie możemy zakwalifikować danego piksela do klasy mieszanej.

Rozwiązanie tego przypadku daje zastosowanie teorii Dempstera-Shafera, która jest zmodyfikowaną wersją teorii Bayesa (Eastman, 1992). Dopuszcza ona pewien stopień ignorancji (niewiedzy); zakłada się bowiem, że nie podano wzorca, czyli próbki treningowej dla jakiegoś typu pokrycia terenu, a więc dany piksel może należeć do klasy innej, niż wyznaczone klasy wzorcowe. W przeciwieństwie do teorii Bayesa brak dowodu na potwierdzenie hipotezy nie daje powodu do jej odrzucenia. Teoria Dempstera-Shafera operuje trzema podstawowymi parametrami: wiarą (ang. *belief*), wiarygodnością

(ang. *plausibility*) i różnicą między tymi parametrami (ang. *belief interval*). Wiara wyraża stopień, w jakim istnieją dowody na poparcie danej hipotezy. Jest ona równoznaczna z prawdopodobieństwem *a posteriori* w teorii Bayesa. Wiarygodność natomiast wyraża stopień, w jakim dowody nie pozwalają na odrzucenie danej hipotezy. Wiarygodność jest dopełnieniem sumy wszystkich prawdopodobieństw przynależności do pozostałych od klas, np. wiarygodność przynależności piksela do klasy A wyraża się wzorem:

$$W_A = 1 - [p(h|e)_B + p(h|e)_C]$$

Ostatecznie, różnica między wiarygodnością a wiarą jest miarą niepewności klasyfikacji.

Paradoksem może się wydawać, że w przypadku, gdy prawdopodobieństwo przynależności piksela do wszystkich klas wynosi zero, wiarygodność równa jest w każdym przypadku 1. Jednak niepewność klasyfikacji w tym przypadku też jest równa jeden — analiza obydwu parametrów pozwoli na znalezienie tych pikseli, które nie należą do żadnej z wyróżnionych klas. Wracając do przykładu nr 17: możliwość przynależności piksela do klasy A można wyeliminować poprzez zadanie następującego warunku: jeżeli wiarygodność piksela dla wszystkich klas jest zbliżona i wysoka (np.  $\geq 0,8$ ), to piksel nie należy do żadnej z uprzednio zdefiniowanych klas. W tym wypadku należy wydzielić dodatkową klasę: „niesklasyfikowane”. Na koniec rozważmy przypadek 14: dany piksel należy do klasy A z prawdopodobieństwem 0,3. Niepewność klasyfikacji zarówno wg teorii Bayesa, jak i Dempstera-Shafera wynosi 0,7. W przypadku 9, gdy piksel ten jednocześnie wykazuje prawdopodobieństwo przynależności do klasy A = 0,6, niepewność klasyfikacji wg Dempstera-Shafera maleje do 0,1, podczas gdy w klasyfikacji wg Bayesa — jedynie do 0,55. Niepewność w klasyfikacji wg Dempstera-Shafera jest więc wysoka jedynie dla klas, których przynależność prawdopodobieństw nie sumuje się do jedności. Analiza wskaźnika niepewności pozwala więc na znalezienie przypadków, które najprawdopodobniej nie należą do żadnej z wyznaczonych klas. Piksele, które powinny pozostać niesklasyfikowane będą więc miały wysoki wskaźnik niepewności. Klasy jednorodne będą się natomiast charakteryzować zarówno wysokim wskaźnikiem wiarygodności, jak i niskim wskaźnikiem niepewności.

## Podsumowanie

Zastosowanie logiki rozmytej w klasyfikacji nadzorowanej daje szerokie możliwości analizy badanych obiektów

i wyróżnionych klas. W zaprezentowanych przykładach rozważono metody analizy przynależności pikseli do dwóch klas. Można sobie jednak wyobrazić takie przypadki, w których dany piksel będzie stanowił mieszanie wszystkich klas, a podanie 3 prób treningowych pozwoli na wyróżnienie wszystkich możliwych kombinacji tych klas: A, B, C, AB, AC, BC i ABC. Liczba możliwych kombinacji dla  $n$  klas wynosi  $2^n - 1$ , a więc w przypadku wyróżnianych 10 klas otrzymujemy 1023 kombinacje! Analiza wskaźników dla tylu klas jest oczywiście niemożliwa, a w rzeczywistości przypadki, w których piksel charakteryzowałby się tak wielką heterogenicznością są niezmiernie rzadkie.

Zastosowanie metod z zakresu logiki rozmytej ma często charakter rekonesansu umożliwiającego rozpoznanie charakteru i miary rozmytości badanych obiektów. Pozwala też na opracowanie „czystych” próbek treningowych modelu. Ze względu na swój subiektywny charakter, metody te powinny być stosowane z ogromną ostrożnością.

Logika rozmyta jest logiką o wysokim stopniu subiektywności. Jednocześnie jednak, zarówno charakter wielu obiektów, język jakim się posługujemy, jak i wiele reguł decyzyjnych ma właśnie charakter rozmyty. Twórcę logiki rozmytej Zadeha często nazywa się humanistą — paradoksalnie zaawansowane teorie matematyczne mają bowiem na celu naśladowanie naturalnego, rozmytego charakteru zjawisk przyrodniczych, jak i skomplikowanego i właśnie rozmytego charakteru myśli ludzkiej. Metody te z powodzeniem są stosowane w modelowaniu zjawisk przyrodniczych, społecznych i ekonomicznych oraz zautomatyzowanej symulacji reguł decyzyjnych (sztuczna inteligencja). Godząc się na pewną dozę niedokładności modeli osiągamy bowiem spojrzenie na taki świat, jaki rzeczywiście jest.

## Literatura

- Eastman J.R., 1992: *IDRISI: A Grid-Based Geographic Analysis System*. Version 4.0. Worcester, Massachusetts, Clark University, Graduate School of Geography.
- Faliński J.B., 1990: *Kartografia geobotaniczna*, PPWK im. Eugeniusza Romera, Warszawa-Wrocław.
- Manyara C.G., Lein J.K., 1994: Exploring the suitability of fuzzy set theory in image classification: A comparative study applied to the Mau forest area Kenya. *Technical papers of the ASPRS*, vol. 1, 384–391.
- Roberts D.A., Gardner M., Church R., Ustin S., Scheer G., Green R.O., 1998: Mapping Chaparral in the Santa Monica Mountains Using Multiple Endmember Spectral Mixture Models, [w:] *Remote Sensing of Environment*, vol. 65, 267–279.
- Zadeh L.A., 1965: Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8, 338–353.



Mgr Anna Jakomulska ukończyła studia magisterskie na Wydziale Geografii i Studiów Regionalnych Uniwersytetu Warszawskiego, w Zakładzie Geoekologii. Obecnie jest na IV roku Studium Doktoranckiego WGISR, w Zakładzie Teledetekcji Środowiska. Interesuje się nowoczesnymi technikami przetwarzania obrazów oraz ich zastosowaniem w badaniach roślinności, a szczególnie w wielkoskalowym kartowaniu roślinności wysokogórskiej.